

Crisis sociales y singularidades
Los fundamentos microeconómicos de las crisis sociales

Elvio Accinelli Gamba¹
Leobardo Plata Pérez²

Fecha de Recepción: 6 III 2008

Fecha de aceptación: 6 X 2008

Resumen

El propósito de este trabajo es mostrar la íntima relación que existe entre el bienestar y la eficiencia. Las asignaciones eficientes se corresponden de manera única con las distribuciones de pesos relativos de los agentes y, en conjunto, determinan una forma de medir el bienestar social asociado al total de recursos existentes en la economía. Se introduce una variedad diferencial, a la que llamaremos camino de Negishi, la cual resume la eficiencia y el bienestar posible para una economía, dados sus recursos totales y sus funciones de utilidad. Veremos que bajo una forma descentralizada, sólo es posible alcanzar algunos niveles de bienestar y no todos los posibles para esa economía, si se considera la totalidad de sus recursos.

Analizaremos la relación existente entre las llamadas economías singulares y las crisis sociales, en especial, aquéllas que han vivido los países emergentes y particularmente, haremos referencia a México y a Uruguay. Estudiaremos también, de una manera formalizada y en el marco de la teoría del equilibrio general, cómo es que bajo determinadas condiciones, la política fiscal puede introducir cambios en el corto plazo que afectan irreversiblemente a la sociedad, tanto a corto como largo plazo. Así mismo, investigaremos la posibilidad del surgimiento de cambios drásticos, resultado de políticas fiscales o arancelarias gradualistas, y que se presentan como imposibles de prever e irreversibles para la estructura social. Es decir, analizaremos la posibilidad de la aparición de crisis económicas y sociales en forma inesperada y abrupta, como respuesta a cambios graduales que sin embargo, permanecen todavía bajo los designios de una autoridad central benevolente.

¹ Universidad Autónoma de San Luis Potosí. Facultad de Economía. Correo elvio.accinelli@eco.uaslp.mx

² Universidad Autónoma de San Luis Potosí. Facultad de Economía. Correo lplata@uaslp.mx

Los autores agradecen el apoyo del Proyecto Conacyt de Ciencia Básica 46208 y el apoyo del fondo FAI de la UASLP.

De lo anterior, se infiere que la aparición de crisis sociales está más relacionada con la distribución de las dotaciones iniciales, que con la riqueza total existente en la economía. Finalmente, introducimos en el marco del equilibrio general, los conceptos de economías desarrolladas y subdesarrolladas. Aquí, el método de Negishi será como Virgilio, un guía en el infierno de las crisis sociales.

Palabras clave: *Pesos sociales y eficiencia, crisis sociales, economías singulares y regulares, método de Negishi.*

Abstract

In this paper we show the strong relation existing between efficiency and social welfare. We introduce the concept of Negishi path, a differentiable manifold that shows the relation between distributions of social weights and efficient allocations. We show that it is possible to assign to each efficient allocation a certain level of social welfare, and that given the total resources of an economy and the utilities of its agents, there exists a maximal level possible of social welfare for this economy. This level will be called the Negishi number and it is independent of the distribution of the total resources. We analyze also, the strong relation existing between social crisis and distribution of the initial resources, with this object we introduce the concept of singular economies, and we show that, for these economies small changes in the endowments imply big and unpredictable social changes in the social structure and in the level of social welfare. Finally we introduce in the framework of the General Equilibrium Theory, a definition of developed and underdeveloped economies. Our guide in this trip will be the Negishi approach.

Keywords: *Social weights and efficiency, social crisis, regular and singular economies, Negishi approach.*

JEL classification: D50, D63, O12.

Introducción

*“Alla paura di Dante risponde Virgilio,
assicurando d'aver già fatto quel viaggio.”*

El objetivo de nuestro trabajo, enmarcado en la teoría del equilibrio general, es mostrar cómo las crisis sociales, en un sentido amplio, están íntimamente relacionadas con la existencia de las llamadas economías singulares. Precisamente, son singulares aquellas economías que responden modificando fuertemente sus características más importantes cuando sus fundamentos son perturbados, aunque estas perturbaciones sean pequeñas o no sustanciales.

De modo que explicaremos las crisis sociales, como resultado de perturbaciones en los fundamentos económicos de determinado tipo de economías. Las perturbaciones en los gustos de las personas, la aplicación de nuevos impuestos, la ampliación de la oferta monetaria, así como todos aquellos cambios que impliquen una redistribución de los recursos existentes o una variación en la demanda de los agentes, aun en pequeña escala o como parte de una política económica gradualista, pueden ser responsables de cambios importantes e inesperados en el comportamiento social.

El caso de Uruguay, luego de 1968, es paradigmático. En este país, los docentes para la enseñanza primaria y la secundaria gozaban de un alto reconocimiento social, acompañado de altos salarios, comparativamente con el resto de la población y en términos relativos, quizá también en el nivel mundial; además, debe considerarse que en su gran mayoría, estos docentes pertenecían a escuelas públicas y conformaban uno de los grupos sociales más importante, en tanto que generadores de opinión. Los sucesivos cambios en la distribución del ingreso que el país sufre a partir de 1968, afectan principalmente a este sector que ve disminuidos sus ingresos. Y, no parece desacertado decir que si alguien pagó por los cambios económicos en Uruguay fueron precisamente los docentes.

Consecuentemente, el sector pasa a tener menor consideración social y a jugar un rol cada vez menos importante como formador de opinión, papel que pasan a jugar otros sectores sociales. Tan abrupto y marcante ha sido este cambio económico y su repercusión social, que uno de los reclamos actuales más importantes de este grupo social, a casi 40 años de los hechos, es recuperar el nivel salarial de 1968. Esto presupondría en principio recuperar el papel protagónico perdido; no obstante, esta posibilidad es discutible dadas las características del Uruguay actual, bastante lejanas de las de 1968.

El camino transitado es, independientemente de si bueno o malo, irreversible. A partir de esta fecha, la educación en general pasa a tener un rol menor como fuente de prestigio social y, en lo general, la población busca otras opciones para alcanzarlo. A efecto de centrar la atención en los temas que sabemos relevantes para comprender las crisis económicas, nos remitimos al estudio de las consecuencias de cambios en la distribución inicial de la riqueza, como resultado de políticas económicas diversas, considerando que las utilidades que representan los gustos de los agentes, están fijas. Veremos también los cambios posibles en el bienestar social agregado, como consecuencia de cambios en las asignaciones eficientes posibles para una economía, dados sus recursos y funciones de utilidad. Para analizar dicha relación introduciremos el concepto de camino de Negishi.

Como se dijo al inicio, el marco general dentro del que se desarrolla nuestro trabajo es el de la teoría del Equilibrio General, por lo que cuando hablamos de los fundamentos de la economía, nos referimos al conjunto de funciones de utilidad y la riqueza inicial de que disponen los agentes económicos y que intercambian en el mercado, buscando maximizar sus funciones de utilidad respectivas, restringidos a un subconjunto del conjunto de bienes, definido por sus respectivas riquezas iniciales o ingresos.

Es este enfoque el que diferencia sustancialmente a nuestro trabajo de otros referidos al tema de las crisis, ya que partimos de los fundamentos de la economía y mostramos los cambios en ellos como responsables de los cambios sociales. Nuestro enfoque centra la atención en la distribución inicial de la riqueza como fuente de posibles conflictos sociales; en este sentido, pueden citarse como antecedentes los trabajos de Dasgupta, P.; Ray, D. (1986) y Dasgupta, P.; Ray, D. (1987), que establecen una relación directa entre la distribución de la riqueza y bienestar social.

La posibilidad de la aparición de crisis económicas y sociales, como resultado de modificaciones en los fundamentos o base de la economía, no significa que no deban llevarse a cabo reformas, o que la intervención de la autoridad central no pueda imponer cambios -a veces positivos y necesarios en el corto plazo- en la economía; tales como, bajar el desempleo, disminuir las tasas de inflación o las propuestas [Dasgupta, P.; Ray, D. (1987)], también dentro del marco de un modelo de equilibrio general. Por el contrario, veremos que en la mayoría de los casos, estos cambios en los fundamentos económicos no provocan alteraciones mayores en el funcionamiento de las economías; los equilibrios no se modifican, no sustancialmente, ni en número ni en calidad.

No obstante, debemos estar alertas ante la posibilidad de cambios abruptos e inesperados como resultado de políticas reformistas o gradualistas; cambios que pueden aparecer cuando la economía pertenece al

grupo de las llamadas singulares. Veremos también que aunque sea lamentable, por lo general es en los países más urgidos de reformas fiscales e impositivas, donde la posibilidad de resultados inesperados por la aplicación de este tipo de modificaciones es más alta; consecuentemente, es en donde el planificador central debe estar más atento ante los efectos de su acción.

Para muchos macroeconomistas, entre ellos Dorbusch, Fischer y Startz (1998), la ampliación de la base monetaria en el corto plazo puede dar lugar a una disminución del desempleo, la política fiscal puede expandir la demanda e igualmente presionar los salarios al alza, una expansión fiscal aumenta los tipos de interés y las reacciones son consecuentes. Más allá del resultado final de estas medidas, ellas suponen cambios en la distribución de la riqueza, al menos en el corto plazo, lo que influye en el comportamiento de los agentes económicos y por lo tanto, en el colectivo de la economía.

Más allá de consideraciones adicionales sobre las verdaderas consecuencias de estas medidas, los resultados de este tipo de políticas centrales podrán ser los esperados, si la economía es regular. Afortunadamente esto sucede así, la mayoría de las veces. Modificaciones en los impuestos o en la oferta monetaria sólo afectan parcial o temporalmente a la economía, sin que ello signifique un cambio abrupto e inesperado. Pero una autoridad central enfrentada con una economía singular, urgida por reformas tendientes a lograr un mejor desempeño de la economía, puede, en el momento de llevarlas a la práctica, aún sin quererlo, abrir la puerta a cambios inesperados en todos los órdenes de la sociedad. En este caso, los cambios afectarán ya no sólo a los sectores involucrados directamente, sino en general a la sociedad en su conjunto. La vuelta a la situación anterior se hace imposible mediante cambios pequeños en sentido opuesto.

¿Cómo relacionar cambios en la distribución inicial de la riqueza con cambios en el comportamiento de los diferentes grupos que componen la sociedad? El llamado método de Negishi relaciona el comportamiento social de los grupos económicos con las principales características estructurales del sistema económico vigente y, más todavía, los cambios en la estructura económica con los cambios sociales (Negishi, 1960). Este autor propone seleccionar asignaciones eficientes maximizando una función de bienestar social utilitarista, donde cada individuo aparece en la suma utilitarista ponderado por alguna constante positiva. Estas constantes pueden ser tomadas sin pérdida de generalidad en un conjunto simplex, de este modo el vector de constantes pueden ser interpretado como una distribución o estructura de pesos sociales.

En este trabajo, se parte de la propuesta de Negishi y la explotamos a fondo, habiendo encontrado en ella nuevos e interesantes resultados en el

marco del modelo de equilibrio general. Lo esencial del método es que podemos relacionar las asignaciones eficientes con las distribuciones de pesos sociales de manera biunívoca. Esto a su vez permite analizar los pesos sociales asociados con equilibrios walrasianos de la economía. Esta caracterización nos lleva a relacionar los cambios en fundamentos como la distribución de la riqueza, con los cambios en la distribución de pesos sociales y el bienestar máximo posible para una determinada economía. Podemos evaluar y de alguna forma medir el impacto en la sociedad, medido en términos de bienestar económico, de las políticas económicas redistributivas.

La riqueza del método está en que permite mostrar cómo repercuten ya no sólo en el sistema económico sino en la sociedad en su conjunto, modificaciones realizadas por los responsables de la política económica, que afectan en principio, directa y solamente a algunos sectores o agentes individuales de la economía. Muestra que en general, pequeños cambios producidos por la política económica en la base de la economía no conllevan en general grandes cambios sociales, dicho esto más allá de que sean buenos o malos; no obstante, muestra también que en algunos casos, estos cambios pequeños que afectan a algunos individuos repercutirán rápidamente en toda la sociedad, haciendo que ésta responda con modificaciones en el comportamiento social del conjunto de los individuos o sectores sociales, en forma totalmente inesperada, abrupta e impredecible.

La no predicción es acá un fenómeno estructural, que no se ocasiona en la falta de información ni en errores en la medida de los parámetros. Se trata de una imposibilidad estructural propia del modelo. Esta imposibilidad de predicción está estructuralmente relacionada con la posibilidad de cambios críticos en la estructura social. Veremos que existe un conjunto de economías, equivalentes a un conjunto de distribuciones iniciales de la riqueza que pueden definirse como las antesalas de las crisis económicas y sociales. Precisamente es de las características de la distribución de la riqueza de una sociedad, más que de su cantidad, de lo que depende la aparición de crisis sociales importantes.

Finalmente, veremos que las economías con un alto nivel de bienestar, con distribuciones de recursos cuyas cestas de recursos también son -con relevante proximidad- igualmente satisfactorias para todos los sectores sociales, tienen menor probabilidad de ser economías singulares o críticas. Esta es la principal contribución de este trabajo, la que aparecerá resumida en los llamados teoremas de la estabilidad y de la inestabilidad, así como en la definición de economía desarrollada.

En la sección dedicada a las economías desarrolladas, ensayaremos una primera definición posible de *economía desarrollada* en el marco de la teoría del equilibrio general, relacionando bienestar posible, estabilidad y eficiencia. Creemos que esta definición no exista aún en la poderosa teoría de Arrow-Debreu, que es precisamente la que sustenta todo nuestro trabajo, por lo que puede ser un modesto aporte.

Finalmente, ofrecemos una justificación más para la pregunta de por qué seguir el método de Negishi. El marco teórico que en este trabajo utilizamos es el de la teoría del equilibrio general. Como se sabe, esta teoría es muy exigente dado su rigor lógico deductivo. A partir de un marco de conjuntos y axiomas estándar de carácter microeconómico, se define una economía pretendiendo entender y construir su funcionamiento macroeconómico. Entendemos que la teoría es válida por cuanto con rigor describe fenómenos propios de la realidad económica.

La metodología que usamos permite extender las conclusiones de este análisis a casos más generales de los que acá trataremos, por ejemplo podemos considerar economías con bienes contingentes, opciones, seguros, en general con mercados futuros e incertidumbre. El enfoque de Negishi, permite unir dos enfoques diferentes de la teoría económica moderna, el del bienestar social y el de la eficiencia. No obstante dejar sentada estas posibles extensiones de nuestro trabajo, nuestro interés actual es el de mostrar la repercusión social de los cambios económicos e intentar medir de alguna forma esta repercusión, con el fin de no desviar la atención del lector con una matemática más sofisticada.

1. El método de Negishi

“Il maestro gli revela il segreto del suo viaggio...”

Considérese una economía con una cantidad finita de agentes económicos y bienes. Existen n agentes económicos, los que pueden ser considerados como grupos homogéneos de individuos que actúan con intereses comunes o individuos aislados, caracterizados cada uno de ellos por una función de utilidad continua estrictamente cóncava, creciente y al menos dos veces diferenciable, $u_i : X \rightarrow R$, y tal que $\frac{\partial u_i(x_i)}{\partial x_{ij}} \rightarrow \infty$, para $x_{ij} \rightarrow 0$, $j = 1, \dots, l$

donde X es el conjunto de consumo. Dicho conjunto lo suponemos el mismo para todos los consumidores y, en principio, igual a R_+^l , simbolismo por el cual representamos al cono positivo de R^l . Es decir que, admitimos

la existencia de l bienes en la economía pudiéndose consumir solamente cantidades positivas de ellos. Cada vector $x_i \in \mathbf{R}_+^l$ representará una cesta de bienes para el i -ésimo consumidor, mientras que un vector $x = (x_1, \dots, x_n) \in \mathbf{R}_+^{ln}$ representa una asignación de recursos, en la que x_i representa la cesta correspondiente al i -ésimo consumidor. Suponemos que los agentes económicos (agrupados en sectores sociales diferenciados o individuos aislados) tienen una dotación (cesta de bienes) inicial igual a $w_i, i = 1, \dots, n$ no nula. Indistintamente haremos referencia a estos sectores como los individuos, los consumidores o los agentes de la economía.

En definitiva, entendemos por una economía un conjunto de individuos dotados de funciones de utilidad y dotaciones iniciales, a la que representamos por $E = \{X, u_i, w_i, I\}$, donde I representa un conjunto finito de índices, uno para cada agente económico. Representaremos la distribución inicial de la riqueza por el vector $w = (w_1, \dots, w_n) \in \mathbf{R}_+^{ln}$ mientras que la riqueza agregada quedará representada por el vector $W = \sum_{i=1}^n w_i \in \mathbf{R}_+^l$. Es decir, inicialmente todos los agentes poseen al menos una cantidad positiva de algún bien, lo que hace que la riqueza se represente por un vector de \mathbf{R}^l con todas sus coordenadas positivas, estrictamente.

Para definir nuestra principal herramienta de trabajo introducimos la siguiente notación:

$$S_n = \left\{ \lambda \in \mathbf{R}^n : \sum_{i=1}^n \lambda_i = 1, \lambda_i \geq 0 \right\}. \quad (1)$$

Para cada $\lambda \in S_n$, introducimos ahora la siguiente función, utilidad social, $U_\lambda : \mathbf{R}^{ln} \rightarrow \mathbf{R}$ definida como:

$$U_\lambda(x) = \sum_{i=1}^n \lambda_i u_i(x_i) \quad (2)$$

donde $x = (x_1, \dots, x_n)$ $x_i \in \mathbf{R}^l$. Los ponderadores $\lambda_i, i = 1, \dots, n$ son elementos del simplex S_n de \mathbf{R}^n . Cada λ_i representa el peso que al grupo i asignamos en la función social de utilidad. Diremos entonces que $\lambda \in S_n$ es una distribución de pesos sociales. En cierta forma representa el peso relativo que el grupo social o agente económico, individualmente considerado, tiene dentro de la utilidad social.

Definición 1. Decimos que una asignación de recursos x es **factible** (o posible) para la economía considerada, si $\sum_{i=1}^n x_i \leq \sum_{i=1}^n w_i$. Notaremos por F al conjunto de estas asignaciones, es decir:

$$F = \left\{ x \in \mathbb{R}_+^{ln} : \sum_{i=1}^n x_i \leq \sum_{i=1}^n w_i \right\} \quad (3)$$

Dada una distribución de pesos sociales $\bar{\lambda}$, es posible asignar a cada distribución de recursos $x = (x_1, \dots, x_n) \in F$ un determinado nivel de bienestar social, definido por:

$$U_{\bar{\lambda}}(x) = \sum_{i=1}^n \bar{\lambda}_i u_i(x_i)$$

En particular, es posible hacer esto con una asignación que sea además un óptimo de Pareto. Recordamos que una asignación $x \in X$ es un óptimo de Pareto, si no es posible encontrar otra asignación factible que mejore a un agente de la economía sin perjudicar a otro. Es bastante conocido que la maximización de funciones de bienestar social genera óptimos de Pareto. Por otro lado, los óptimos de Pareto del conjunto de posibilidades de utilidad pueden obtenerse maximizando funciones de bienestar utilitaristas. Esto puede consultarse en textos de microeconomía avanzada como el de Mas-Colell (1995), entre otros.

Establecemos un primer resultado, muy similar al de Negishi (1960), pero adaptado para nuestros fines, trabajamos directamente con la restricción de las asignaciones factibles para caracterizar a las que resultan ser óptimos de Pareto posibles para un economía dada. Destacaremos a este conjunto como PO .

Teorema 1. Dada una economía $E = \{\mathbb{R}_+^l, u_i, w_i, I\}$ con utilidades cuasicóncavas, entonces una asignación de recursos factible x^* es óptimo de Pareto, si y solamente si existe $\lambda^* \in S_n$, tal que x^* verifica que

$$U_{\lambda^*}(x^*) \geq U_{\lambda^*}(x) \quad \forall x \in F. \quad (4)$$

Si además las funciones de utilidad son estrictamente cuasicóncavas; entonces, para cada $x^* \in PO$ existe un único $\lambda^* \in S_n$, para el que x^*

verifica la desigualdad (4) y recíprocamente, para cada $\lambda^* \in S_n$ existe un único $x^* \in PO$ que verifica dicha desigualdad.

Demostración. Suponga que $x^* \in F$ maximiza $U_{\lambda^*}(x)$, $\forall x \in F$, y que x^* no es óptimo de Pareto; en este caso, existe $y \in F$ tal que $u_i(y_i) \geq u_i(x_i^*) \forall i$, con desigualdad estricta para al menos uno; luego, $\sum_{i=1}^n \lambda_i^* u_i(y_i) > \sum_{i=1}^n \lambda_i^* u_i(x_i^*)$. Lo que contradice el supuesto. Para ver el recíproco, usamos el hecho de que $x^* \in PO$ si y solamente si x^* resuelve el problema de $\max_{x \in R_+^l} u_n(x)$, sujeto a las condiciones $u_i(x_i) \geq u_i(x_i^*) \ i = 1, \dots, n-1$; $\sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n w_i$. [Véase Balasko (1987)]. Las condiciones de primer orden para este problema son: $\alpha_i u_i(x_i^*) x_{ij} = \gamma_j, \ i = 1, \dots, n; \ j = 1, \dots, l$; siendo $\gamma_j, \ j = 1, \dots, l$ y $\alpha_i, \ i = 1, \dots, n$ los correspondientes multiplicadores de Lagrange. Estas condiciones coinciden con las correspondientes condiciones de primer orden para el problema definido por (4), eligiendo convenientemente λ_i^* , a partir de estas ecuaciones.

La unicidad de la solución x^* para maximizar $U_{\lambda^*}(x)$ s.a. $x \in F$, sigue del hecho de que la suma de funciones estrictamente cóncavas es también estrictamente cóncava. El hecho de que para cada $x^* \in PO$ hay un único $\lambda^* \in S_n$ para el que x^* verifica (4), sale inmediatamente de las condiciones de primer orden utilizadas anteriormente, a partir de las que definimos para λ^* .

Lo que afirma el teorema es que para cada asignación x^* óptimo de Pareto, existe un correspondiente vector λ^* en R^n , cuyas coordenadas λ_i^* representan los pesos sociales de los agentes en la función de utilidad agregada, tal que para x^* se verifica la desigualdad $\sum_{i=1}^n \lambda_i^* u_i(x^*) \geq \sum_{i=1}^n \lambda_i^* u_i(x)$, $\forall x \in F$. Y recíprocamente, si para $\bar{\lambda} \in R_+^n$ dado $\bar{x} \in F$ resuelve el problema de $\max_x \sum_{i=1}^n \bar{\lambda}_i u_i(x)$, entonces \bar{x} es un

óptimo de Pareto. Obsérvese que es posible normalizar λ , considerando solamente $\lambda \in S_n$.

Finalmente, para cada distribución de pesos sociales λ , el máximo nivel de U_λ se alcanza en alguno de los óptimos de Pareto posibles para esta economía. Es decir, si el interés es encontrar una asignación de recursos que maximice el bienestar social, debemos, en primera instancia, restringirnos sólo al subconjunto de las asignaciones de recursos posibles que a la vez son óptimos de Pareto.

En concordancia con el interés en bienestar social, para dar entrada al siguiente apartado, nos preguntamos por: cuál es la regla -si existe alguna- que permite elegir entre los óptimos de Pareto factibles, a aquéllos que maximicen el bienestar social. Nótese que directamente de la misma definición de óptimo de Pareto para una economía dada, se concluye que el conjunto de óptimos de Pareto factibles, no depende de la distribución de la riqueza inicial sino únicamente de la riqueza total existente en la sociedad.

2. El camino de Negishi

*"Non era ancor di là Nesso arrivato,
Quanto noi ci mettemmo per un bosco,
Che de nessun sentiero era segnato."*

Desde un punto de vista de la interrelación sociedad-economía, el Método de Negishi evidencia la relación entre asignaciones Pareto eficientes y pesos relativos de los agentes económicos en la utilidad agregada. Esta correspondencia depende exclusivamente de la riqueza agregada. Más aún, bajo las hipótesis de utilidades estrictamente cóncavas, y para cada nivel de riqueza inicial agregada W , es posible establecer una correspondencia biunívoca $P_W : S_n \rightarrow PO$ entre pesos sociales y el conjunto asignaciones Pareto óptimas PO . (Figuras 1 y 2, para ilustración en una economía con dos agentes).

Figura 1. Camino de Negishi

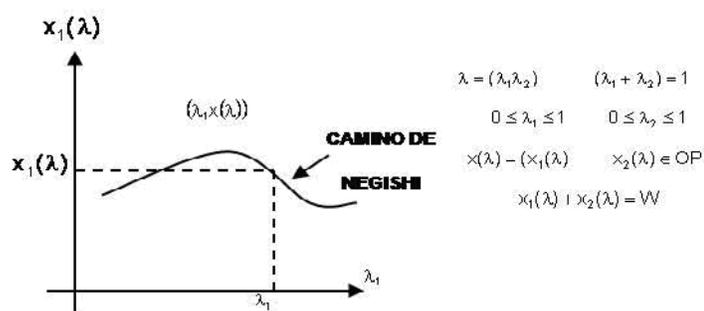
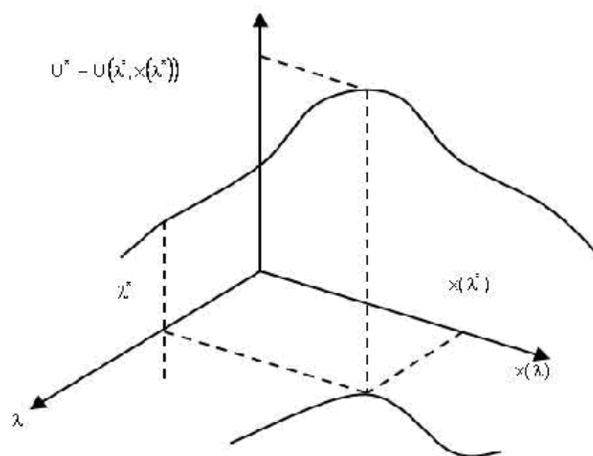


Figura 2. Máximo nivel de bienestar y camino de Negishi



Por lo tanto, para cada economía con una riqueza agregada W , podemos encontrar un *mapa de eficiencia*. Sea $x^* : S_n \rightarrow R^{ln}$ definido por $x^*(\lambda) : \lambda \in S_n$, asignando a cada $\lambda \in S_n$ la solución que le corresponde en el problema (4), que es una asignación factible y óptimo de Pareto. Mediante el teorema de la función implícita, a partir de las condiciones de primer orden para el problema (4), se puede ver que el mapa de eficiencia, definido por $x^*(\lambda)$, es una función continua y diferenciable

[Accinelli, E. (2005) y Mas-Colell, A.; Nachbar, J.H. (2003)]. Este mapa depende exclusivamente de la riqueza agregada de la economía representada por el vector W y no de la distribución de los recursos iniciales, su definición se da a continuación.

Definición 2. Llamaremos *camino de Negishi* o camino eficiente al grafo de la función $x^* : S_n \rightarrow PO$, siendo $x^*(\lambda)$ la asignación que maximiza $U_\lambda(x) \forall x \in F$. Es decir al conjunto $C_N \subset S_n \times PO$, definido como:

$$C_N = \{(\lambda, x^*(\lambda)); \forall \lambda \in S_n\}.$$

Para establecer otro resultado importante, necesitamos establecer el concepto de redistribución como sigue:

Definición 3. Dada una economía $E = \{X, u_i, w_i, I\}$, diremos que la economía $E' = \{X, u'_i, w'_i, I\}$ es una *redistribución* de E , si y solamente si $u' = u$ y $w \neq w'$ tal que $\sum_{i=1}^n w_i = \sum_{i=1}^n w'_i = W$.

Cuando E' es una redistribución de E , ambas economías sólo difieren en la distribución de sus recursos iniciales, pero no en la riqueza total agregada ni en sus utilidades.

El siguiente teorema resume las propiedades de este camino:

Teorema 2. Para toda economía E , el camino de Negishi es C^1 . Es decir, las derivadas $\frac{\partial}{\partial \lambda_i} C_N(\lambda) \ i = 1, \dots, n$ son continuas en el interior de S_n . Dicho camino es el mismo para toda economía que sea una redistribución E' de la original E .

Demostración. La primera parte sale directamente del hecho de ser el mapa $x^* : S_n \rightarrow PO$ diferenciablemente continuo según Accinelli (2005) o Mas-Colell y Nachbar (2003). La segunda parte es consecuencia inmediata del hecho de que para cada $\lambda \in S_n$, las asignaciones $x^*(\lambda)$ correspondientes no dependen de la distribución inicial de los recursos.

A lo largo de este camino eficiente, las utilidades alcanzan la frontera del subconjunto de R^n , llamado *conjunto de posibilidades de utilidad*. Este conjunto está definido en Mas-Colell, Whinston y Green (1995), como:

$$U = \left\{ (u_1, \dots, u_n) \in R^n : \exists x \in F \text{ tal que } u_i \leq u_i(x_i) \forall i = 1, \dots, n \right\}$$

su frontera puede definirse como:

$$UP = \left\{ (u_1, \dots, u_n) \in U : \exists u' \in U : u'_i \geq u_i \forall i, \text{ con al menos un } i : u'_i > u_i \right\}.$$

Como fácilmente puede observarse, la siguiente proposición se cumple:

Proposición 1. *Una asignación x es Pareto eficiente, si y solamente si $u(x) = (u_1(x_1), \dots, u_n(x_n)) \in UP$.*

El camino de Negishi determina vectores de utilidades en la frontera del conjunto de utilidades posibles. Esto se puede formalizar, como sigue:

Sea $\pi = P/C_N$ la restricción de la proyección natural $P : S_n \times F \rightarrow F$, al mapa de Negishi, es decir, la función $\pi : C_N \rightarrow PO$ definida por la regla $\pi(\lambda, x^*(\lambda)) = x^*(\lambda)$. Para cada $x \in PO$, podemos introducir la función $u : PO \rightarrow R^n$, definida por la regla: $u(x) = (u_1(x), \dots, u_n(x))$. A partir de estas dos funciones, definimos el mapa de Negishi $N : C_N \rightarrow UP$ mediante la composición $N = u \circ \pi \rightarrow UP$, definido por:

$$N((\lambda), x^*(\lambda)) = u \circ \pi((\lambda), x^*(\lambda)) = (u_1, \dots, u_n).$$

Dada una distribución de pesos sociales $\bar{\lambda}$, utilidades continuas y estrictamente cóncavas, entonces, sólo existe una asignación de recursos Pareto optimal que maximiza la utilidad social agregada $U_{\bar{\lambda}}$, representada por $\bar{x} = x(\bar{\lambda})$; la cual, como consecuencia del teorema 2, se modifica poco si los pesos sociales cambian poco. Si deseamos obtener como solución del problema (4) una determinada asignación Pareto optimal, debemos primeramente establecer la distribución de pesos sociales adecuada. Cómo establecer estos pesos sociales no está claro; no obstante, veremos más adelante que bajo determinadas condiciones en la distribución de las dotaciones iniciales es posible que la sociedad alcance sin intervención de un

planificador central una distribución de pesos sociales deseada. En particular, nos interesará encontrar aquella distribución de pesos sociales $\bar{\lambda}$ que tiene asociado la asignación de recursos factible, $\bar{x} = x^*(\bar{\lambda})$ Pareto optimal, para la cual se verifica que:

$$U_{\bar{\lambda}}(x^*(\bar{\lambda})) \geq U_{\lambda}(x^*(\lambda)), \forall (\lambda, x^*(\lambda)) \in C_N. \quad (5)$$

Definición 4. Llamamos *índice de Negishi* de la economía a la utilidad social máxima que se alcanza en el punto máximo social: $ms = (\bar{\lambda}, x^*(\bar{\lambda})) \in C_N$, para el que se verifican las desigualdades (5).

Las economías competitivas sujetas a las leyes del mercado, alcanzan sus asignaciones de equilibrio en un subconjunto del conjunto de los óptimos de Pareto, (lo que se concluye a partir del primer teorema del bienestar). Esto significa que sólo un subconjunto de distribuciones de pesos sociales es compatible con una economía en equilibrio. De esta forma, si los equilibrios walrasianos se modifican, también lo hace la estructura social; es decir, los pesos relativos de los sectores sociales en la utilidad social. Las asignaciones de equilibrio posibles, a diferencia del conjunto de los óptimos de Pareto posibles, están fuertemente relacionados con la distribución inicial de los recursos, y no sólo con la riqueza agregada.

Cómo obtener este subconjunto de pesos sociales, que corresponden a asignaciones de equilibrio, es el tema de la siguiente sección.

3. Los equilibrios walrasianos y equilibrios sociales

*“La gloria di colu, che tutto muove,
Per l' Universo penetra, e risplande
In una parte più, e meno altrove”*

El conjunto de óptimos de Pareto posibles no depende de la distribución inicial de los recursos, sólo depende de su valor agregado, como ya se mencionó; sin embargo, éste no es el caso para las asignaciones de equilibrio walrasiano.

No obstante, únicamente es posible que en forma descentralizada -por la sola acción del intercambio de bienes en mercados competitivos- una economía alcance aquellas asignaciones Pareto óptimas asociadas a equilibrios walrasianos. Estas asignaciones se caracterizan porque cada individuo maximiza su utilidad, dados los precios de equilibrio y el valor de su riqueza inicial; y los precios son tales, que permiten vaciar los mercados

igualando ofertas con demandas. Nótese que en general, una economía dada puede alcanzar distintos equilibrios walrasianos; ya que las economías con equilibrio único, usualmente requieren de restricciones fuertes en las posibles utilidades de los agentes, según, entre otros, Mas-Colell, A. (1975).

Esto pudiera explicar, por qué economías similares en dotaciones iniciales y preferencias, exhiben comportamientos y resultados muy diferentes, tanto desde el punto de vista puramente económico como desde el punto de vista social. No obstante esta multiplicidad posible de equilibrios, puede suceder que ninguna de estas asignaciones x^* , que forman parte de un equilibrio walrasiano, se corresponda con pesos sociales λ^* tales que $(\lambda^*, x^*) \in C_N$, que define el número de Negishi. Por lo que es posible que considerando únicamente asignaciones de equilibrio, es decir, aquellas que son posibles de alcanzar en forma descentralizada, no se alcance el máximo posible bienestar económico dada la riqueza agregada de la economía. Por lo que es la forma en la que están distribuidos los recursos iniciales, la causa de que una economía competitiva pueda encontrarse en un nivel de bienestar social menor que el posible, dada la riqueza existente. Naturalmente, esto es así, si entendemos que el bienestar social para una economía dada se mide por el valor $U_\lambda(x^*(\lambda))$, correspondiente a sus asignaciones $x^*(\lambda)$ de equilibrio.

Cambios en la distribución inicial de recursos que provienen de políticas fiscales que afecten benéficamente a unos y a otros negativamente en determinados sectores sociales, por ejemplo, implican cambios en el valor de la riqueza individual e implicarán también cambios en los posibles equilibrios sociales y, consecuentemente, en el nivel de bienestar social posible de alcanzar en forma descentralizada por dicha economía. Aunque, en principio, una redistribución de los recursos iniciales no involucra cambios en el potencial bienestar social alcanzable en la economía (pues la redistribución de recursos no conlleva cambio en el conjunto de los óptimos de Pareto), si cambia el bienestar social máximo posible alcanzable en forma descentralizada; es decir, alcanzable por la acción exclusiva del intercambio de bienes en un mercado competitivo.

Para continuar, y establecer con precisión la conexión entre los equilibrios walrasianos de una economía y la selección de óptimos de Pareto propuesta por Negishi, examinemos la siguiente definición.

Definición 5. Diremos que una distribución λ^* de pesos sociales es **un equilibrio social** si y solamente si es una distribución de pesos sociales que corresponde, vía la solución del problema (4), a una asignación de recursos

propia de un equilibrio walrasiano. Es decir que λ^* es un equilibrio social, si y solamente si, para $(\lambda^*, x^*) \in C_N$ existe un sistema de precios p^* tal que (p^*, x^*) es un equilibrio walrasiano.

La determinación precisa de los conjuntos de distribuciones de pesos sociales que son equilibrios sociales, puede hacerse introduciendo la llamada función exceso de utilidad. Referimos dicha función por $e = (e_1, \dots, e_n)$ donde $e_i : S_n \rightarrow R$ definida como:

$$e_i(\lambda) = u_i(x_i^*(\lambda))x_i[x_i^*(\lambda) - w_i], i = 1, \dots, n, \quad (6)$$

donde $x^*(\lambda) = (x_1^*(\lambda), \dots, x_n^*(\lambda))$ representa la solución del problema (4) para $\lambda \in S_n$ y por $u_i(x_i^*(\lambda))x_i$, denotamos el gradiente de u_i evaluado en $x^*(\lambda)$ tal que $(\lambda, x^*(\lambda)) \in C_N$.

Si fuera necesario, para los efectos de diferenciar las funciones exceso de utilidad de economías diferentes por la distribución de sus dotaciones iniciales, utilizaremos el subíndice w que corresponde a las dotaciones iniciales de la economía, indicando a la correspondiente función, exceso de utilidad, como e_w .

El siguiente teorema establece la relación entre equilibrios walrasianos y equilibrios sociales. Resulta que las distribuciones de pesos sociales que constituyen equilibrios sociales, son precisamente los ceros de la función de exceso de utilidad. Los multiplicadores de Lagrange que se obtienen en el problema de Negishi sirven para generar el sistema de precios, para ver a la solución de Negishi como un equilibrio walrasiano.

Teorema 3. Sea $E = \{R_+^l, u_i, w_i, I\}$ una economía; entonces, un par $(p^*, x^*) \in R_{++}^l \times R_+^{ln}$ formado por el sistema de precios p^* y la asignación de recursos x^* es un equilibrio walrasiano, si y solamente si existe $\lambda^* \in S_n$ que verifica $e(\lambda^*) = 0$ y tal que el par $(\lambda^*, x^*) \in C_N$, siendo $p^* = \gamma(\lambda^*)$ el correspondiente multiplicador de Lagrange para el problema de maximización (4).

Demostración. Supongamos $(\lambda^*, x^*(\lambda^*)) \in C_N$; es decir, que $x^* = x(\lambda^*)$ es la solución del problema (4), y $\gamma(\lambda^*)$, el correspondiente multiplicador de Lagrange. Si para λ^* se verifica que $e(\lambda^*) = 0$, entonces el par (p^*, x^*) , siendo $p^* = \gamma(\lambda^*)$ y $x^* = x^*(\lambda^*)$ forma como puede fácilmente verificarse, un equilibrio walrasiano. Pues x^* , por resolver el problema (4), es un óptimo de Pareto factible. Por otra parte, considerando $p^* = \gamma^*$ y como $\gamma^* = \frac{\partial u_i(x_i^*)}{\partial x_i}$, $i = 1, \dots, n$, por ser $e_i(\lambda^*) = 0$, el par (p^*, x^*) verifica además la restricción presupuestaria para cada agente.

Recíprocamente, si (p^*, x^*) es un equilibrio walrasiano, entonces existe λ^* que hace que el óptimo de Pareto x^* resuelva el problema (4), por lo que $(\lambda^*, x^*) \in C_N$. Además, por ser (p^*, x^*) un equilibrio walrasiano, se verifica que $p^*(x_i^* - w_i) = 0$ y así mismo, la igualdad $p^* = \frac{\partial u_i(x_i^*)}{\partial x_i} \forall i = 1, \dots, n$, entonces la igualdad $e(\lambda^*) = 0$, se verifica.

Por lo que, entonces, podemos denotar al conjunto de equilibrios sociales para la economía, $E = \{R^l, u_i, w_i, I\}$, mediante:

$$ES_w = \{\lambda \in S_n : e(\lambda) = 0\}.$$

Los subíndices w hacen referencia a que se trata del conjunto de equilibrios sociales para una economía donde las dotaciones iniciales están dadas por $w = (w_1, \dots, w_n)$. La interpretación geométrica es, como sigue: cuando $\lambda \in S_n$ es un equilibrio social, el vector gradiente de las funciones de utilidad de cada uno de los agentes, evaluado en la cesta $x_i(\lambda)$, correspondiente a la asignación de recursos del punto $(\lambda, x^*(\lambda)) \in C_N$, es ortogonal al vector $(x_i(\lambda) - w_i)$.

El teorema 3 permite establecer, para cada economía, una correspondencia biunívoca entre equilibrios walrasianos y equilibrios sociales. Obsérvese que para todo $\lambda \in ES_w$ existe una asignación de

recursos factible: $x^*(\lambda)$, tal que $(\lambda, x^*(\lambda)) \in C_N$. El siguiente corolario muestra una las características más importantes de los pesos sociales de equilibrio. Representaremos por $Fr(S_n)$ a la frontera de S_n .

Corolario 1. *Bajo los supuestos de agentes con utilidades crecientes y dotaciones iniciales no nulas, se verifica que $Fr(S_n) \cap ES_w = \emptyset$.*

Demostración. La maximización de (4) implica que si para el i –ésimo agente se tiene $\lambda_i = 0$, entonces $x_i(\lambda) = 0$. Pero una asignación de recursos de equilibrio que asigne la cesta nula para algún agente, supone que sus dotaciones iniciales son nulas, lo que contradice las hipótesis.

La posibilidad de multiplicidad de equilibrios, para una economía, implica la posible existencia de características sociales diferentes para economías iguales en sus fundamentos. En la medida en que es posible la multiplicidad de equilibrios sociales, economías similares en sus fundamentos, riqueza, distribución inicial de la misma y preferencias, se pueden observar comportamientos sociales muy diferentes. Según lo ya visto, puede suceder que una asignación que constituya un máximo social en el camino de Negishi, no se alcance como equilibrio social debido a la distribución inicial de recursos entre los agentes de la economía.

De acuerdo con el teorema 3, los equilibrios sociales posibles para una economía dependen de la distribución de la riqueza inicial; es decir, de las dotaciones iniciales de los agentes de la economía. Consecuentemente, modificaciones en éstas, implican cambios en las posibles distribuciones de pesos sociales de equilibrio. Por lo que es posible, al menos en principio, para un planificador central, obtener un máximo social logrando un equilibrio social asociado a w' , una redistribución de la riqueza inicial entre los agentes de la economía, sin modificar la riqueza agregada existente; es decir, $\sum_{i=1}^n w_i = \sum_{i=1}^n w'_i = W$.

Los cambios en los fundamentos de la economía repercuten en la estructura social de la misma, acciones que pueden repercutir de forma o no favorable para los distintos sectores sociales. El tamaño o la significación de tal repercusión dependerán de las características de las economías. Cuando pequeñas modificaciones en los fundamentos de la economía no implican cambios mayores en los comportamientos sociales de equilibrio posibles, diremos que la economía es regular, y singular se denomina en el caso en que sí los pueden implicar. Sobre estas implicaciones, hablaremos en la siguiente sección.

4. Economías regulares y singulares

“Ora cem porta l'un de' duri margini”

En Debreu (1970), se introducen los conceptos de economías regulares y singulares, mostrándose que genéricamente toda economía es regular. Ambos conceptos son posteriormente desarrollados en Trockel (1984) y en Dierker (1974). No obstante, estos trabajos centran su atención en las economías regulares. Más tarde, en trabajos como Mas-Colell y Nachbar (2003), Dahkha (2005), Allen (1984) y en especial en Balasko (1987), se presta atención a las economías singulares; no obstante, entendemos que el trabajo es aún insuficiente y que la Teoría Económica, en particular el Equilibrio General, tiene aún una deuda pendiente con las economías singulares. Por otra parte, estos autores utilizan para definir economías singulares, la función exceso de demanda; pero esta función por sí sola no nos permite ver las repercusiones sociales de los cambios en los fundamentos de las economías, además de que no es posible generalizar a casos de economías con infinitos bienes [Araujo, A. (1987)].

Debemos agregar, además, que nuestro interés central está en caracterizar y de alguna forma medir las repercusiones en la sociedad de los cambios económicos, para lo cual, en principio, la función exceso de demanda generalmente utilizada en economía como medida de la importancia de los cambios económicos, no es en principio una buena herramienta. Mientras que, por su parte, la función exceso de utilidad determina el vector de pesos sociales correspondientes a cada asignación de equilibrios. Por lo que, siendo de nuestro interés analizar las repercusiones de los cambios de la base económica en la sociedad, la función exceso de utilidad es una herramienta idónea.

Precisamente, la función exceso de utilidad es la que permite encontrar las manifestaciones de las características estructurales que definen a las economías regulares y singulares, en las características de las relaciones sociales que determinan unas y otras. Consecuentemente, permite mostrar el grado de estabilidad social que corresponde a sociedades basadas en uno u otro tipo de economía; es decir, propicia analizar cómo repercuten en la estructura social los cambios en los fundamentos microeconómicos; justamente, en esto radica la potencialidad del método de Negishi. Comenzando porque una caracterización de los óptimos de Pareto, a través de una función de utilidad social, muestra la relación existente entre cambios en el bienestar social; es decir, en los pesos de los diferentes actores sociales con las modificaciones en las asignaciones de equilibrio que son determinadas, a su vez, por las modificaciones en las distribuciones iniciales de recursos.

Para mostrar que es la función exceso de utilidad la que permite analizar este comportamiento, permítasenos describir algunas de las principales características de dicha función. Las siguientes propiedades son fácilmente verificables:

- $\lambda e(\lambda) = \sum_{i=1}^n \lambda_i e_i(\lambda) = 0, \forall \lambda \in S_n$. Por lo que e_n -por ejemplo- puede ser escrita como combinación lineal de las demás componentes.

- Si definimos como $Je(\lambda)$ a la matriz jacobiana de la función exceso de utilidad, se tiene que su rango (máximo número de filas o columnas linealmente independientes), es: $rank[Je(\lambda)] \leq n - 1$.

- Siendo además $\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1$, podemos considerar entonces la función *exceso de utilidad restringida*: $\bar{e} : (0,1)^{n-1} \rightarrow R^{n-1}$, obtenida de la anterior función exceso de utilidad, eliminando una componente. Obsérvese, además, que si λ es un cero para $e(\lambda)$, también lo es para la función restringida.

Las demostraciones pueden verse en Accinelli (1996). A continuación, se ofrecen las definiciones de economías regulares y singulares.

Definición 6. Diremos que una economía E es **regular**, si el rango de la matriz jacobiana de la función exceso de utilidad, evaluada en cada λ de equilibrio es el máximo posible, es decir: $rank[Je(\lambda)] = n - 1$ para todo $\lambda \in ES_w$. En otro caso, la economía será llamada, **singular**.

Definición 7. Diremos que un equilibrio social $\bar{\lambda}$ es **singular**, si se verifica que $rank[Je(\bar{\lambda})] < n - 1$. Mientras que un equilibrio social $\hat{\lambda}$ será **regular**, si $rank[Je(\hat{\lambda})] = n - 1$.

Es decir, una economía dada y una obtenida por una perturbación de los fundamentos de la original, son ε - vecinas. Manteniendo ambas economías con la misma riqueza agregada, se concluye que sus óptimos de Pareto no se modifican; más aún, el camino eficiente $x^*(\lambda)$ es el mismo para ambas economías. No obstante, no siempre economías vecinas presentan los mismos comportamientos en equilibrio. Incluso, veremos que las economías vecinas a una singular presentan características muy diferentes de las de la original.

En un entorno suficientemente pequeño de una economía regular, toda economía es regular; mientras que en uno arbitrariamente próximo a una

economía singular, toda economía es regular. O desde el punto de vista de la teoría de la medida, las economías regulares forman un conjunto de medida total en el conjunto de las posibles economías. Esto significa que la probabilidad de toparnos con economías singulares es cero, lo que no quiere decir que no existan o que puedan despreciarse. Los números racionales forman un conjunto de medida cero en la recta real, aún el conjunto de los enteros es un subconjunto magro de los reales; sin embargo, existen unos cuantos de los unos y de los otros y no son ciertamente conjuntos despreciables para los matemáticos.

Quizás la vida sea un fenómeno de probabilidad cero, no parece claro que la biología deje de existir aún si esto fuera cierto. Por lo que, en principio, la pequeñez relativa de un conjunto no parece ser un buen argumento, para no considerarlo. Desde un punto de vista económico, aunque las economías singulares constituyan un conjunto de medida cero, ello no significa que su estudio no sea relevante. Son las economías singulares las fronteras entre conjuntos de economías regulares con diferente número de equilibrios, es precisamente de esta característica de donde proviene su fragilidad, su debilidad estructural. Pues pequeñas modificaciones en sus fundamentos las hacen caer hacia un lado o hacia el otro, y el sentido de su caída es impredecible (estructuralmente), al menos dado el desarrollo actual de la teoría de las singularidades.

A efecto de entender las consecuencias que pequeños cambios en los fundamentos de la economía pueden tener sobre el comportamiento social para las economías regulares y singulares, consideremos las siguientes propiedades que se desprenden directamente de la teoría de las singularidades:

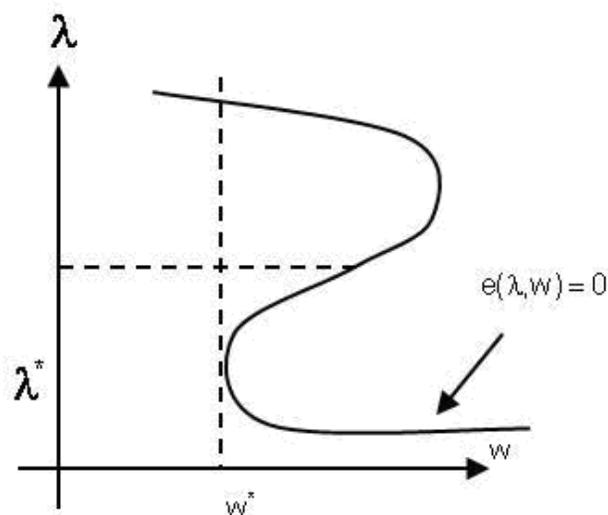
- Bajo condiciones muy generales, el conjunto de equilibrios sociales de una economía dada es no vacío. Se puede probar que $\forall E$ bajo las hipótesis de este trabajo $ES_w \neq \emptyset$.
- El conjunto de economías regulares es residual (abierto y denso) en el conjunto de las economías posibles. Consecuentemente, el conjunto de las singulares es un conjunto magro o de medida cero.
- Las economías regulares presentan siempre una cantidad finita e impar de equilibrios sociales. Es decir $\forall E$ regular, $\#ES_w$ es finito e impar.
- Las economías regulares son estructuralmente estables, en el sentido de que pequeñas modificaciones de sus fundamentos no implican grandes transformaciones de la estructura social.
- Las economías singulares son estructuralmente inestables.

Con el propósito de ayudar a comprender esta descripción de las economías, consideremos el ejemplo siguiente: el caso de una economía con l bienes y dos agentes con utilidades $u = (u_1, u_2)$ y dotaciones iniciales $w = (w_1, w_2)$. En este caso, la función exceso de utilidad se representa como $e : S_2 \rightarrow R^2$, definida como $e(\lambda) = (e_1(\lambda), e_2(\lambda))$. Luego, a partir de la primera propiedad de la función exceso de utilidad, definida al inicio de esta sección, podemos considerar la función exceso de utilidad restringida como una función $\bar{e} : [0, 1] \rightarrow R$. En este caso, diremos que es regular si el cero es un valor regular para esta función; es decir, si $\bar{e}'(\lambda) \neq 0$ para todo $\lambda \in (0, 1)$, para el que $\bar{e}(\lambda) = 0$.

Si la economía es regular, esta función cortará al eje de las abscisas en una cantidad impar de veces. Estos puntos de corte determinan los posibles equilibrios sociales para la economía. Modificaciones pequeñas en los fundamentos de la economía, por ejemplo en la distribución del ingreso, modifican poco la gráfica de la función exceso de utilidad, por lo que el número de cortes con el eje de las abscisas correspondientes a esta nueva función con el eje de las abscisas seguirá siendo el mismo. Es decir, estructuralmente, la economía no cambió. Los pesos sociales se modificaron poco, por lo que si bien en algo se cambió la importancia relativa de los agentes en el mercado, no se modificó sustancialmente.

Veamos ahora qué sucede si la economía es singular. En este caso, existe al menos un $\bar{\lambda} \in (0, 1)$ para el que se verifica que $e(\bar{\lambda}) = e'_\lambda(\bar{\lambda}) = 0$. Llamaremos a este equilibrio, singular. Nótese que en $\bar{\lambda}$ la función exceso de utilidad corta al eje de las abscisas con tangente horizontal. Suponga ahora una perturbación en las dotaciones iniciales. A la economía perturbada, le corresponderá una función exceso de utilidad que no corta al eje de las abscisas en este punto, por lo que la singularidad desaparece. La economía perturbada es ahora regular con un equilibrio menos o bien con dos nuevos puntos de corte correspondientes a dos equilibrios nuevos pero ahora regulares. Podemos ilustrar lo anterior con la figura 3.

Figura 3. Economía singular



El teorema de Morse muestra que esta descripción es genérica para las economías de dos agentes [Accinelli (2007)]. El siguiente ejemplo ilustra esta situación:

Ejemplo: Consideremos la economía

$$E = \{X, u_i, w_i, I = \{1, 2\}\}$$

siendo el conjunto de consumo $X = R_{++}^2$ y las funciones de utilidad:

$$u_1 = x_{11} - \frac{1}{\alpha} x_{12}^{-\alpha}$$

$$u_2 = -\frac{1}{\alpha} x_{21}^{-\alpha} + x_{22},$$

donde el parámetro α verifica $0 < \alpha < 1$. Sea las dotaciones iniciales $w_1 = (w_{11}, w_{12})$; $w_2 = (w_{21}, w_{22})$ y supongamos fijo y representado por $W \in R_{++}^2$ la riqueza agregada: $W = w_1 + w_2$.

Denotemos $\lambda_1 = \lambda$, por lo que $\lambda_2 = 1 - \lambda$. La correspondiente función de exceso de utilidad será:

$$e(\lambda) = \begin{cases} \left(\frac{1-\lambda}{\lambda}\right)^{\frac{\alpha}{1+\alpha}} - \left(\frac{1-\lambda}{\lambda}\right)^{\frac{1}{1+\alpha}} - w_{12}\left(\frac{1-\lambda}{\lambda}\right) + w_{21} \\ \left(\frac{1-\lambda}{\lambda}\right)^{\frac{-\alpha}{1+\alpha}} - \left(\frac{1-\lambda}{\lambda}\right)^{\frac{-1}{1+\alpha}} - w_{21}\left(\frac{1-\lambda}{\lambda}\right)^{-1} + w_{12} \end{cases}$$

Resolviendo

$$e(\lambda^*) = e'_\lambda(\lambda^*) = 0 \quad (7)$$

obtendremos como soluciones posibles, todas aquéllas en la superficie C_F , a la que llamaremos superficie de las catástrofes. Esta superficie está formada por los pares (λ, w) , tales que λ es equilibrio para la economía con dotaciones iniciales, w para la que el 0 es un valor singular de la función $e(\lambda)$.

Es decir, esta superficie es un subconjunto de $R^4 \times R$, formado por las economías singulares, representadas por sus dotaciones iniciales $w = (w_1, w_2)$; donde, $w_1 = (w_{11}, w_{12})$, $w_2 = (w_{21}, w_{22})$ y por el valor de equilibrio λ , relacionados por las ecuaciones (7). Simbólicamente:

$$C_F = \left\{ (\lambda, w_1, w_2) : \lambda \in (0,1); w_1 + w_2 = W; w_{12} = \frac{\alpha}{1+\alpha} h^{\frac{1}{1+\alpha}} - \frac{1}{1+\alpha} h^{\frac{\alpha}{1+\alpha}}; h = \frac{\lambda}{1-\lambda} \right\}.$$

Como puede verificarse, las economías cuyas dotaciones iniciales verifican que

$$w_{12} = \frac{\alpha}{1+\alpha} h^{\frac{1}{1+\alpha}} - \frac{1}{1+\alpha} h^{\frac{\alpha}{1+\alpha}} \quad (8)$$

son singulares. Representemos por w^s a las dotaciones iniciales de una economía que verifique la ecuación (8). Resolviendo $e(\lambda) = 0$ para cada una de éstas, es fácil verificar que existe un entorno suyo U_s ; es decir, en un

entorno suficientemente pequeño U_s de todo w^s , que verifique la igualdad (8), toda otra economía con dotaciones iniciales $w \in U_s$ será regular con un único equilibrio o con tres equilibrios.

En tanto que representamos a las economías por sus funciones de exceso de utilidad correspondientes, las que en definitiva no son otra cosa que mapas reales, el teorema de Morse-Sard (Golubistki y Guillemin, 1973) prueba que la situación aquí descrita en el ejemplo es genérica para economías con dos agentes. Entendemos por genérica una caracterización que es compartida para casi todas las economías, con excepción de un conjunto magro (en un espacio de medida de probabilidad nula).

La caracterización del caso de economías con tres agentes, y una cantidad l de bienes, puede verse en Accinelli y Puchet (2000). De esta forma, nos encontramos con que perturbaciones de los fundamentos de economías regulares no implican grandes cambios en el conjunto de equilibrios sociales; mientras que perturbaciones arbitrariamente pequeñas de una economía singular, dan lugar a cambios importantes en las características de la economía. Impredeciblemente, pasa a ser regular con dos nuevos equilibrios regulares y sin el anterior singular, o bien desaparece el equilibrio singular y solamente quedan equilibrios regulares en cantidad igual a la anteriormente existente. En definitiva, las pequeñas perturbaciones pueden cambiar cualitativamente el diseño de la función exceso de utilidad de las economías singulares, y consecuentemente, el conjunto de equilibrios posibles.

5. Las economías singulares y las crisis

"Doppo le parole di conforto dei Virgilio a Dante..."

No obstante su pequeñez, en un sentido topológico o en el sentido de la teoría de la medida, son las economías singulares las puertas de las crisis; esto representa una de las características que hacen que este conjunto de economías sea de importancia fundamental para la teoría económica. Tal conjunto podría ser irrelevante para la teoría económica, sólo si no existieran posibilidades de cambios sociales drásticos e inesperados, como respuesta a pequeñas modificaciones en las características fundamentales de algunas economías.

Estar alertados de la existencia de este conjunto de economías críticas y conocer sus características principales, no parece una tarea despreciable, aunque sí extremadamente complicada, tanto o más como lo es la propia teoría

de las singularidades en matemáticas. Desafortunadamente, los modelos existentes sólo nos permiten caracterizar satisfactoriamente a las economías singulares para casos con no más de tres agentes. Es decir, conocemos plenamente las características y los futuros posibles (pero no predecibles) de las economías singulares para casos sencillos. No obstante, las economías singulares existen en casos de muchos agentes, pero lamentablemente no disponemos de una matemática suficiente para caracterizar las economías singulares con muchos agentes. Una posibilidad para esto es la teoría de los llamados *k-jets*, que permiten clasificar las singularidades de acuerdo con las características de los mapas que las determinan.

Las singularidades de la función exceso de utilidad nos permite dividir a las economías en dos grandes clases, las regulares y las singulares, y dentro de estas últimas, el grado de degeneración da una nueva clasificación. Lo importante de esta posibilidad de clasificar es que podemos obtener ideas aproximadas del comportamiento futuro de las economías, una vez perturbadas; puesto que cada grupo tiene sus posibles transformaciones futuras (Accinelli y Puchet, 2000). En resumen, la clasificación de las economías en clases ayudará a los científicos sociales a tener una adecuada descripción cualitativa de las posibles crisis, y transformaciones posibles de las economías, una vez perturbados sus fundamentos.

Entendemos por crisis sociales, los cambios abruptos en la estructura social, en particular cambios abruptos en los posibles equilibrios sociales, que implican una valoración relativa muy diferente a la anterior de los distintos actores sociales, y que aparecen como respuesta a modificaciones en la base económica. Se puede en principio objetar a lo dicho, que las crisis son problemas básicamente de la producción, y que hasta ahora hemos hablado de economías de intercambio puro, es decir de economías sin producción. No obstante, la caracterización de las economías singulares a partir del método de Negishi, es la misma para economías con producción.

En definitiva, la singularidad radica en la distribución inicial de la riqueza y no en la tecnología existente. Una vez pasada la crisis, la economía se transforma en una economía regular, ciertamente que ahora nos encontramos con una economía socialmente diferente, en principio no podemos a-priori definir con exactitud las características fundamentales de estas economías, el futuro es sólo parcialmente predecible. Más aún, no existe posibilidad de previsión perfecta. Podemos predecir dentro de qué grupos de economías regulares puede caer, pero no exactamente en cuál.

Esta incapacidad de previsión es estructural, las economías singulares forman un desfiladero a lo largo de valles; perturbadas sus condiciones iniciales, no sabemos hacia donde caerá, ya que en los valles existentes a uno

y otro lado del desfiladero hay sólo economías regulares, pero con características estructurales diferentes, por ejemplo, cantidad y calidad de los equilibrios walrasianos posibles. Como el ejemplo que se muestra con 2 agentes, una economía singular con n agentes y l bienes puede transformarse en una economía regular con dos equilibrios más, o en una regular con uno menos, por cada equilibrio singular existente. Los equilibrios singulares desaparecen luego de la perturbación. Las economías singulares y sus equilibrios se encuentran en una superficie de catástrofes como aquélla que es analizada en el ejemplo.

6. La fragilidad de las economías emergentes

*"Ecco la fiera con la coda aguzza,
Che passa i monti, e rompe mura ed armi."*

En las llamadas economías emergentes, se asiste de manera periódica al desarrollo de conflictos sociales que conmueven al conjunto de la sociedad. Muchas veces, estos conflictos surgen como respuesta a políticas económicas que buscan mediante modificaciones distributivas corregir males sociales, como la desigualdad; otras veces, mediante la financiación del gasto público o las subvenciones asociadas a los intentos de disminuir las tasas inflacionarias. En general, la necesidad de disminuir las grandes diferencias económicas que existen entre diferentes sectores sociales en las economías tercermundistas, aparece como objetivo de diferentes gobiernos, lo que a fin de cuentas implica una propuesta redistributiva del ingreso mediante políticas impositivas, subsidios, incentivos, aranceles, entre otras. Por otro lado, cambios en los costos productivos -parciales y revertibles- afectan al conjunto de la sociedad de forma irreversible. En principio, estas modificaciones no deberían conmover sino a algunos sectores de la sociedad, los directamente vinculados, y los cambios negativos podrían compensarse con el mejor funcionamiento futuro de la economía. No obstante, muchas veces, los cambios se vuelven permanentes e irreversibles.

México, puede ser un ejemplo claro acerca de cómo pequeñas modificaciones en la estructura de la economía pueden implicar grandes cambios sociales. Consideremos la repercusión en la variación del precio del maíz, en toda la arquitectura socio-económica mexicana. A pesar de que la subsistencia de millones de mexicanos depende del maíz, su costo es el más elevado del mundo, con un promedio de siete pesos mexicanos por kilogramo, cuando en países desarrollados -como Estados Unidos- no supera los tres pesos mexicanos.

La eliminación de subsidios o aranceles o en general, de modificaciones que impliquen cambios en el precio del maíz, como los que implicó la firma del TLCAN, o en algunos de sus derivados como la tortilla, repercuten en toda la estructura socio-económica, por más pequeños que éstos sean. La participación o no del gobierno como controlador del precio de la tortilla ha sido tema de debate permanente en la prensa mexicana.

La inestabilidad de la economía radica en que la distribución del ingreso hace que el 59% de la ingesta calórica promedio de la población mexicana provenga de la tortilla de maíz, en principio abundante y de precio accesible para la mayoría de la población. Pero su precio varía directamente con el precio del maíz, por lo que bajos ingresos acompañados de pequeños cambios en el precio de este alimento básico provoca grandes movimientos sociales. Por un lado, está latente la situación del campesino, cuya riqueza inicial es una parcela de tierra pequeña donde cultiva en forma ineficiente maíz para su subsistencia y vende el remanente, quien se ve afectado por la variación del precio de este grano, cuyo precio disminuye en la medida en que la importación de un grano producido en mejores condiciones se libera.

En muchos casos, una explosión inmediata y la aparición de cambios inesperados en el comportamiento social de los diferentes sectores surgen como respuestas a modificaciones aparentemente modestas en los fundamentos de la economía. Este tipo de reacción sólo puede ser observable en economías singulares. Las economías quedan representadas en última instancia por las dotaciones iniciales, dado que las utilidades, agentes, espacios de consumo y riqueza agregada, las suponemos constantes. Lo que conduce a pensar que pequeñas modificaciones en las dotaciones, no cambiarán sus características fundamentales; si suponen una ligera modificación de sus posibles equilibrios y por lo tanto, una repercusión social limitada.

En la siguiente sección, se ofrece demostración rigurosa de esto mediante el uso de teoremas.

Definimos a continuación una función $V : C_N \rightarrow R$, cuya regla es $V(\lambda, x^*(\lambda)) = U_\lambda(x^*)$, que asocia un nivel de satisfacción social a cada $(\lambda, x^*(\lambda)) \in C_N$. Entonces, cabe preguntarse si existe algún $(\lambda, x^*(\lambda)) \in C_N$, que maximice el bienestar social. Este problema fue resuelto en Accinelli et al. (2008), donde se demuestra, usando el teorema de dualidad de Fenchel, que corresponde a un mínimo en λ de la función V ; es decir que la asignación de recursos, Pareto optimal, en la que se

maximiza el nivel de bienestar social, es la que se obtiene como solución del siguiente problema:

$$\min_{\lambda \in S_n} \left[V(\lambda, x^*(\lambda)) = \sum_{i=1}^n \lambda_i u_i(x_i^*(\lambda)) \right] \quad (9)$$

donde $x^*(\lambda)$ representa, para cada $\lambda \in S_n$, la asignación de recursos Pareto eficiente, que resuelve el problema (4); es decir que, x^* es la asignación de recursos que se obtiene al minimizar V entre los elementos $(\lambda, x^*(\lambda)) \in C_N$. Se demuestra además que si $x^* = (x_1^*, \dots, x_n^*)$ para $x^* = x(\lambda^*)$, es la asignación que resuelve este problema, entonces la utilidad alcanzada por cada individuo en la cesta correspondiente es la misma, es decir que en x^* se verifica que $U_{\lambda^*}(x^*) = u_i(x_i^*(\lambda^*))$ para todo $i \in 1, \dots, n$.

En principio, esto estará demostrando cierto grado de conformidad social, pues en definitiva el nivel de felicidad alcanzado por cada individuo, correspondiente a esta distribución de recursos, es el mismo.

Una economía en las hipótesis de nuestro modelo puede alcanzar este grado de bienestar, sólo si existe una distribución inicial de los recursos $w = (w_1, \dots, w_n)$ posible, es decir, tal que satisfaga la igualdad $\sum_{i=1}^n w_i = W$ siendo W la riqueza agregada, que permita que la asignación Pareto optimal correspondiente a ms , forme parte de un posible equilibrio walrasiano para dicha economía. Quizás esta *conformidad social* en equilibrio, posible de alcanzar con ciertas distribuciones de la riqueza inicial, no sea más que una manifestación de la regularidad de la economía que la caracteriza.

Los siguientes dos teoremas resumen precisamente las características estructurales de las economías desde el punto de vista de la estabilidad, es decir, desde el punto de vista del comportamiento posterior de la economía en respuesta a una perturbación. El comportamiento de las economías regulares o lo que es lo mismo, de la inmensa mayoría de las economías, muestra cierta estabilidad en el sentido de que si se encuentra en equilibrio, entonces para toda perturbación de la misma, existe un equilibrio regular de la economía perturbada, próximo al equilibrio original. Mientras que en cambio, una economía singular, una vez perturbada, deja de ser tal y el conjunto de sus equilibrios se modifica sustancialmente. Introducimos aquí

la notación e_w para representar la función exceso de utilidad de una economía con dotaciones iniciales w .

Teorema 4. (De la estabilidad). *Consideremos una economía $E = \{X, u_i, w_i^*, I\}$. Si para $\lambda^* \in ES_{w^*} u$ se verifica $Je_{w^*}(\lambda^*) = n - 1$ existen entonces, entornos W_{w^*} de $w^* = (w_1^*, \dots, w_n^*)$ y Λ_{λ^*} de λ^* tales que, para toda economía representada por $w = (w_1, \dots, w_n)$ con $w \in W_{w^*}$, y tal que $\sum_{i=1}^n w_i = \sum_{i=1}^n w_i^*$ existe $\lambda \in \Lambda_{\lambda^*}$ que verifica la ecuación $e_w(\lambda) = 0$ y además $\text{rank}[Je_w(\lambda)] = n - 1$.*

Demostración. Sea e_{w^*} la función exceso de utilidad correspondiente a la economía regular w^* . Luego, en δ -entorno W_{w^*} de w^* , para δ suficientemente pequeño, toda economía es regular. Sea $\bar{w} \in W_{w^*}$ correspondiente a una perturbación de la economía w^* y sea $e_{\bar{w}}$ la correspondiente función exceso de utilidad. Obsérvese, entonces, que los caminos de Negishi para ambas economías son iguales, por lo que la distancia entre sus funciones de exceso de utilidad puede ser acotada

$$\left| e_{w^*}(\lambda) - e_{\bar{w}}(\lambda) \right| < M\delta, \text{ siendo } M = \max_i M_i \text{ donde,}$$

$$M_i = \max_{x_i} u_i(x_i(\lambda)) \mid \text{s.t. } x_i(\lambda) \in F_i \text{ y}$$

$$F_i = \left\{ x^*(\lambda) : (\lambda, x^*(\lambda)) \in C_N : u_i(w_i) \leq u_i(x_i(\lambda)) \leq u_i(W) \right\}$$

Luego para cada λ^* tal que $e_{w^*}(\lambda^*) = 0$, con λ^* regular, existe $\bar{\lambda}$ en un entorno Λ_{λ^*} de radio $M\delta$ de λ^* , equilibrio regular de la economía perturbada.

Teorema 5. (De la inestabilidad). *Sea $E = \{X, u_i, w_i^*, I\}$ una economía singular. Entonces, toda otra economía con dotaciones iniciales en un entorno de radio $\varepsilon > 0$, suficientemente pequeño, es regular.*

Demostración. Sea $w \in R^n$ la distribución inicial de la riqueza de una economía E . Considere el mapa $e : S_n \times R^{nl} \rightarrow R^n$ definido por $e(\lambda, w) = (e_1(\lambda, w_1), \dots, e_n(\lambda, w_n))$ con

$$e_i(\lambda, w_i) = u_i(x_i^*(\lambda))x_i[x_i^*(\lambda) - w_i], \quad i = 1, \dots, n. \quad (10)$$

En Accinelli (2004), se demuestra que el conjunto:

$$V = \{(\lambda, w) \in S_n \times R^{nl} : e(\lambda, w) = 0\}$$

es una variedad diferenciable y que existe un conjunto $W_0 \in R^{nl}$, abierto y denso, tal que para toda $w \in W_0$, la ecuación $e(\lambda, w) = 0$ $\lambda \in S_n$ tiene a lo más una cantidad finita de soluciones, y todas ellas regulares. Se concluye que el conjunto de economías regulares, es abierto y denso.

La inestabilidad de las economías singulares se deduce del hecho de estar representadas éstas, por un conjunto de dotaciones iniciales $W_1 = (W_0)^c$, complementario al de las economías regulares y por lo tanto, magro. Podemos entonces tener la siguiente intuición, para estos teoremas.

Supongamos que una economía alcanza un equilibrio regular, entonces toda economía que sea obtenida por pequeñas modificaciones en la distribución de las dotaciones iniciales, tendrá un equilibrio regular próximo al anterior. Esto lleva a pensar en que las economías más desarrolladas, que son también las más estables, alcanzan equilibrios regulares. Por otra parte, las economías singulares forman un conjunto magro, por lo que sus economías vecinas serán todas ellas regulares. Perturbaciones en sus fundamentos hacen que dejen de ser singulares, y supone grandes cambios en sus equilibrios. En consecuencia, puede inferirse que las economías de los países emergentes, altamente desiguales e insatisfactorias, están lejanas al bienestar social máximo y más aún, es posible pensar, dada su inestabilidad permanente, que se encuentren en equilibrios singulares.

Por otra parte, la asignación x^* Pareto eficiente que maximiza el bienestar social es tal que se verifican las igualdades $u_i(x_i^*) = u_j(x_j^*)$, para todo $i, j = 1, \dots, n$, lo que supone cierto grado de conformidad de los agentes de una economía con su cesta de bienes correspondiente, pues los niveles de utilidad alcanzados por los diferentes agentes con esta asignación de recursos, son los mismos. Esto confirma que niveles altos de bienestar se alcanzan en economías estables y por lo tanto regulares.

En definitiva, es en las características de la distribución de las dotaciones iniciales de una economía, más que en su cantidad agregada, en donde radica la posibilidad de crisis sociales. Caso evidente es el de una economía como la mexicana, su riqueza total debe ser de las mayores del mundo, no obstante, cualquier cambio fiscal que la autoridad central quiere poner en práctica o pequeñas oscilaciones en los precios de algunos productos, conllevan un movimiento del conjunto de la sociedad en oposición, sean o no sectores sociales directamente implicados en la reforma.

7. La ductilidad de las economías desarrolladas

"Sorge l'aurora."

De la misma manera que en Dasgupta y Ray (1986) se menciona que no existe un vocabulario en la teoría de Arrow-Debreu, que permita referirse a desempleo involuntario o malnutrición como resultado de la distribución inicial de la riqueza, no existe -podemos agregar- una definición de economía desarrollada. La carencia mencionada no disminuye el poder de la teoría de Arrow-Debreu, lejos de ello, permite conseguir una definición precisa del concepto referido. Nuestra definición se centra precisamente en la forma de distribución de la riqueza, más que en el monto de la misma, y quizás por esto mismo sea aún insuficiente. No obstante, en un intento por lograr una primera definición de lo que entendemos en este trabajo por economía desarrollada, podemos afirmar lo siguiente:

Definición 8. Diremos que una economía E_w es *desarrollada* si es regular, y además que para su distribución de riqueza, existe una asignación de equilibrio x^* en la que se alcanza el número de Negishi de la economía. Es decir, si existe una asignación x^* de equilibrio tal para $(\lambda^*, x^*) \in C_N$, se verifica que $V(\lambda^*, x^*(\lambda^*)) = U_{\lambda^*}(x^*)$ es el número de Negishi de esa economía.

La definición de economía desarrollada contempla: por un lado, la estabilidad estructural de la economía, resumida en la regularidad exigida; por el otro, propiedades en la distribución de recursos, de forma tal que en equilibrio, es decir en forma descentralizada, pueda alcanzar su número de Negishi. Es decir, exige un cierto concepto de *justicia* en la distribución de recursos, que le permite alcanzar el máximo bienestar posible, dados los recursos existentes, asegurando a la vez, un igual disfrute de los bienes por todos los agentes económicos. Nótese que la definición deja abierta la posibilidad de existencia de una economía singular con cuya distribución se alcance el número de Negishi.

Naturalmente, puede pensarse que las crisis económicas y sociales, no sólo ocurren como resultado de pequeñas modificaciones en la distribución de las dotaciones iniciales, o como resultados de políticas económicas que las impliquen, (perturbaciones en el sentido de la definición 8). Grandes modificaciones en los fundamentos de una economía pueden producir crisis económicas y sociales. Las economías regulares soportan sin mayores conmociones cambios relativamente pequeños en sus fundamentos: Los equilibrios sociales no se modifican mayormente, su número se mantiene constante y los nuevos equilibrios están próximos a los originales, tal como se desprende del teorema (4), por lo que no asistiremos a grandes transformaciones sociales.

Debe tenerse en cuenta que hablamos de pequeñas modificaciones en la base económica y no grandes cambios, obviamente grandes cambios en la base económica pueden tener como consecuencia importantes repercusiones sociales. La proximidad de una economía desarrollada al máximo nivel posible de bienestar, que supone un nivel de felicidad semejante para todos los agentes económicos, basado en una asignación de recursos de equilibrio relativamente satisfactoria para cada uno, hace pensar que de acuerdo con lo visto en el final de la sección anterior, estas economías se alejen más de las singulares que la de los países del tercer mundo, caracterizadas generalmente por una alta concentración de la riqueza que permiten alcanzar niveles de felicidad absolutamente desiguales.

Como ejemplo, tenemos los efectos redistributivos de la inflación entre 1966 y 1996 en Estados Unidos, período en el que se quintuplicaron los precios, según Dornbusch et al. (1998). Si bien, eso significó una transferencia de riqueza de los acreedores o tenedores de bonos a los prestatarios y de los pensionistas a las empresas; sin embargo, no significó un estallido social por ejemplo de la magnitud como la que acompañó a la crisis de Argentina en 2002.

El desarrollo de la Comunidad Económica Europea supone cambios para las sociedades de los países que la integran, como resultado de ajustes

monetarios y fiscales o acuerdos arancelarios, entre otros, que en períodos relativamente cortos de tiempo han sido absorbidos satisfactoriamente por los diferentes países participantes. Compárese esto con las dificultades que el Mercosur implica para países involucrados, y aun considerando que el Mercosur no implica una integración tan completa como la del Mercado Común Europeo. Las políticas arancelarias y de subsidios son discutidas permanentemente y repercuten fuertemente en toda la sociedad de los países integrantes, por lo que muchas veces quedan dudas acerca de la posibilidad real del cumplimiento de los acuerdos alcanzados.

Conclusiones

*”Or qui all question prima's appunta
La mia risposta; ma sua condizione
Me stringe a seguitare acuna giunt”*

La conclusión más importante que puede obtenerse es que más que en el monto total de recursos de un país, la posibilidad de la aparición de estallidos sociales como respuesta a cambios en la distribución del ingreso, está en la distribución inicial de estos recursos. Un monto *adecuado* de riqueza social acompañada de una distribución *inadecuada* de la riqueza inicial, puede dar lugar a crisis sociales. Los conceptos de distribución adecuada o inadecuada, pueden ser definidos rigurosamente a partir del concepto de número de Negishi. Será adecuada aquella distribución de recursos que permita a la economía alcanzar, en forma descentralizada, el mayor bienestar posible dado el total de riqueza existente; e inadecuada, en otro caso.

Economías igualmente ricas pueden ser más o menos proclives a crisis sociales, dependiendo de la forma de la distribución de su riqueza. Es decir que, economías que sólo difieren en la distribución inicial de su riqueza, pueden alcanzar desempeños muy diferentes e incluso ser una de ellas desarrollada y la otra, no. Una economía que alcance como asignación de equilibrios walrasiano, una asignación x^* que verifica que todos sus agentes están igualmente satisfechos con la cesta de bienes que le corresponde, es probablemente una economía menos proclive a las crisis sociales.

Obsérvese que el seguro de desempleo, así como el impuesto a la renta, son considerados por los macroeconomistas factores atenuadores de la posibilidad de crisis, autores como Dornbusch et al. (1998), los denominan estabilizadores automáticos. Esto es coherente con el hecho de que economías con menor grado de desigualdad en las utilidades correspondientes a sus asignaciones de equilibrio, son más estables y, por lo tanto, más lejanas de ser singulares.

Los males sociales como inflación o desempleo deben disminuirse; sin duda, ello implica que los responsables de la política económica tendrán que tomar decisiones, las que generalmente involucran transferencias de riqueza -al menos en el corto plazo- y con ellas, cambios en los posibles equilibrios de la economía. La existencia de una economía singular restringe ampliamente el margen de maniobra del planificador, cuyos mejores deseos pueden transformarse en un estallido social.

El planificador central de una economía singular podrá tener éxito en su política económica, si tiene las posibilidades de diseñar un plan de acción capaz de mantener constantes los niveles relativos de riqueza de cada uno de los agentes; es decir, si es capaz de diseñar una política que los mantenga en el desfiladero. Si bien las economías regulares son un conjunto de medida total, esto no significa la no existencia de economías singulares; incluso, éstas pueden encontrarse de forma sistemática, más allá del hecho de que cualquier perturbación en los fundamentos de la economía, implicara su desaparición como singularidad.

Las medidas fiscales, aun aquéllas acertadas y que tiendan a disminuir ineficiencias, y que al parecen son supuestamente transitorias, pueden tener amplias e importantes repercusiones en una sociedad que se basa en una economía singular, si suponen cambios en la riqueza relativa de los agentes económicos. Este tipo de repercusiones son características de las economías del tercer mundo, lo que hace pensar que estos países se sustenten sobre economías singulares o muy próximas a serlo. La característica más importante de estas economías es precisamente la inestabilidad estructural y una desigual distribución de los recursos económicos que agudiza la posibilidad de la crisis social.

Conjuntamente con las limitaciones que a la acción del planificador central de una economía singular o vecina, le impone la posibilidad de un cambio abrupto en las relaciones sociales como resultado de su accionar, debemos agregarle el hecho de que el impacto final de las medidas fiscales es estructuralmente impredecible para tales tipos de economía. Esto es, sólo sabemos que éstas se transformarán en una economía regular, pero poco más podemos saber de sus características estructurales futuras.

Por lo general, es aceptado que el dinero es neutral en el largo plazo, es decir que cambios en la producción o en la demanda ocasionados por una cantidad mayor de dinero en el mercado, se revierten en el largo plazo. Obsérvese que esto no es cierto en el caso de economías singulares, en la medida en que existen rigideces, los cambios no son instantáneos, las modificaciones en el nivel de precios implican un aumento en la demanda y presionan los salarios al alza, esto supone cambios en la distribución inicial

de la riqueza, lo que para una economía singular se transforma en grandes cambios en el conjunto de sus equilibrios sociales.

La singularidad desaparece, la economía perturbada será ahora regular, luego es imposible la marcha atrás aún mediante modificaciones graduales en sentido opuesto; ya que economías regulares sólo se transforman en regulares, como respuesta a modificaciones pequeñas de sus fundamentos.

Esta imposibilidad de marcha atrás puede resumirse diciendo que en la singularidad se pierde el principio de continuidad por el cual pequeños cambios en los fundamentos de una economía implicarían modificaciones estructurales del mismo orden, Balasko (1987). Por lo que el dinero, en la medida en que existen rigideces, no es neutral para las economías singulares.

Como conjetura, queda planteada la regularidad de una economía cuya distribución inicial permita alcanzar en equilibrio el valor de Negishi, o al menos la regularidad de un equilibrio cuya asignación de recursos corresponda a aquélla en la que se alcanza el valor de Negishi de la economía.

Finalmente, diremos que en la potencialidad del método de Negishi, se basan posibles líneas futuras de trabajo. Dicha potencialidad no radica solamente en el hecho de que relaciona base económica y comportamiento social, sino también en que permite que muchas de las conclusiones acá obtenidas pueden extenderse, en la medida en que el método prescinda de la función de demanda, al caso en que los espacios de consumo de los agentes son subconjuntos de espacios de dimensión infinita.

Es decir, el método permite generalizar resultados conocidos para el caso de economías modeladas en espacios finitos al caso de economías modeladas en espacios infinitos. La función exceso de utilidad para economías infinitas apareció inicialmente en Karatzas et al. (1986). En dicho trabajo, el objetivo era encontrar un conjunto de precios y una asignación de activos de equilibrio, dicha función jugó un papel instrumental.

Su importancia pasa desapercibida, en el momento, como instrumento para extender a estas economías resultados ya conocidos en el caso de economías con finitos bienes. Es posible que en el marco de economías con infinitos bienes puedan mitigarse los desastres que las crisis sociales pueden traer consigo; la posibilidad del intercambio de bienes en mercados futuros puede dar lugar a seguros contra crisis y de esta forma encontrar un mitigador de desastres. La redistribución de activos y la existencia de seguros podrán transformarse en una herramienta que suavice las imperfecciones de la distribución inicial de la riqueza. Si es así, los propios mecanismos de mercado podrán evitar las futuras crisis sociales.

Referencias

- Accinelli, E. (2007) "Structural stability, Morse's lemma and singular economies" Documento de Trabajo. Universidad de la República. Facultad de Ciencias Sociales. Departamento de Economía.
- Accinelli, E. (2005) Elementos de la topología y de la teoría de conjuntos en la teoría del equilibrio general. Editorial Eon-sociales.
- Accinelli, E. (2004) "About manifolds and determinacy in General Equilibrium Theory", *Estudios de Economía*. Vol. 30 Num. 2, pp. 169-178.
- Accinelli, E., Puchet, M. (2005) "Could catastrophe theory become a new tool in understanding singular economies?" *Lectures Notes in Economics and Mathematical Systems*. Springer Verlag 551, Chapter 8.
- Accinelli, E., Puchet, M. (2000) "Economías Singulares". Documento de Trabajo 09/00. Universidad de la República. Facultad de Ciencias Sociales. Departamento de Economía.
- Accinelli, E., Plata, L., Puchet, M. (2007) "The Fenchel duality theorem and the Negishi approach", *Brazilian Journal of Business Economics*, 7(1), 43-46.
- Accinelli, E., Brida, G., Plata, L., Puchet, M. (2008) "Bienestar Social, óptimos de Pareto y equilibrios walrasianos", *El Trimestre Económico*. Vol. LXXV, Número Especial, enero 2008, pp. 125-133.
- Accinelli, E. (1996) "Some remarks about uniqueness of the equilibrium for infinite dimensional economies", *Estudios Económicos*, Vol. 11, issue 1, pages 3-31.
- Allen, B. (1984) "On the finiteness of the equilibrium price set", CA-RESS Working Paper 85-03, University of Pennsylvania.
- Araujo, A. (1987) "The non-existence of smooth demand in general Banach spaces", *Journal of Mathematical Economics* 17, 1-11.

- Balasko, Y. (1987) *Foundations of the Theory of General Equilibrium*. Academic Press.
- Balasko, Y. (1997a) "Equilibrium analysis of the infinite horizon models with smooth discounted utility functions", *Journal of Economics Dynamics and Control* 21, pp. 783-829.
- Balasko, Y. (1997b) "The natural projection approach to the infinite horizon models", *Journal of Mathematical Economics* 27, 251-265.
- Dasgupta, P., Ray, D. (1986) "Inequality as a determinant of malnutrition and unemployment: Theory", *The Economic Journal* 96, pp. 1011-1034.
- Dasgupta, P., Ray, D. (1987) "Inequality as a determinant of malnutrition and unemployment: Policy", *The Economic Journal* 97, pp. 177-188.
- Dahklia, S. (2005) "The Boardman stratification of aggregate excess demand: An Lean" Working Paper, University of Alabama.
- Debreu, G. (1970) "Economies with infinite set of equilibria", *Econometrica* 38, pp. 387-392.
- Dierker, E. (1974) *Topological methods in walrasian economies*. Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems 92. Springer Berlag. Berlin.
- Diewert, W. (1982) "Duality approaches to microeconomic theory", *Handbook of Mathematical Economics*, Vol. 2, pp. 535-599. Elsevier.
- Dornbusch, R., Fisher, S., Startz, R. (1998) *Macroeconomics*, Mc. Graw Hill.
- Golubistki, M. Gullemin, V. (1973) *Stable Mappings and Their Singularities*. Springer Verlag.
- Karatzas, I., Lehoczky, J., Setti, S., Shreve, S. (1986) "Explicit solution of a general consumption/investment problem", *Mathematics of Operation Research*, 11, pp. 261-294.
- Mantel, R. (1974) "On the characterization of aggregate excess demand", *Journal of Economic Theory*, Num. 7 Vol. 3, pp. 348-353.
- Mas-Colell, A. (1975) *The theory of general economic equilibrium: A differential approach*. Cambridge University Press.

Mas-Colell, A., Nachbar, J.H. (2003) "On the finiteness of the number of critical equilibria, with an application to random selections", *Journal of Mathematical Economics*, 20, pp. 397-409.

Mas-Colell, A., Whinston, M., Green, J. (1995), *Microeconomic Theory*, Oxford University Press.

Negishi, T. (1960) "Welfare economics and existence of an equilibrium for a competitive economy", *Metroeconomica* 12, 92-97.

Trockel, W. (1984), *Market demand: An analysis of large economies with non convex preferences*. *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems* 223, Springer Verlag.

Zeidler, E. (1993), *Non linear functional analysis and its applications*, Springer Verlag.